

Анатолій Сергієнко, Мустафа Рекар Касім
АПАРАТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ УЛЬТРАЗВУКОВИХ
ХВИЛЬ У ТВЕРДОМУ ТІЛІ

Anatoliy Sergiyenko, Mustafa Rekar Quasim
MODELING THE ULTRASOUND WAVE PROPAGATION IN THE
SOLID BODY BY THE HARDWARE

Розглянуто удосконалений хвилевий алгоритм моделювання поширення ультразвуку, який полягає у представленні середовища у вигляді системи хвилевих фільтрів та відрізняється тим, що завдяки реалізації багатоканальних фільтрів з програмованою затримкою, зменшується похибка моделювання дисперсійного поширення звуку. Алгоритм при реалізації у ПЛІС дає змогу виконувати моделювання у реальному часі.

Ключові слова: ПЛІС, дисперсія звуку, хвилевий фільтр.

Рис.: 3. Бібл.: 8.

The improved ultrasound propagation wave modeling algorithm is proposed, which consists in representing the medium in the form of a system of the wave digital filters. The algorithm differs in that due to the implementation of the multichannel filters with the programmable delays, the simulation error of the sound propagation dispersion is decreased. The algorithm implementing in FPGA provides the modeling in real time.

Key words: FPGA, sound dispersion, wave digital filter.

Fig.: 3. Bibl.: 8.

Вступ. Акустичні процеси в твердих тілах зазвичай моделюються в комп'ютерах за допомогою методу різницевих рівнянь, який вимагає великих обчислювальних ресурсів [1]. Для мінімізації цих ресурсів часто використовують метод цифрових хвилеводів, або метод DWG (digital waveguide), який забезпечує високошвидкісні обчислення [2]. Багато успішних прикладів впровадження методу DWG показано в моделюванні та звуковому синтезі струнних, духових та віртуальних музичних інструментів, а також в вокодерах [2, 3, 4]. Але ця модель не враховує розсіювання (дисперсію) хвиль у поширенні звуку.

У даній роботі пропонується модифікація методу DWG, яка забезпечує моделювання звукової дисперсії в твердій смужці.

Основи моделі DWG. DWG – це цифрова модель розповсюдження хвиль в ідеальному хвилеводі. Вона базується на принципах, описаних у роботі [5], але адаптованих до моделювання звукових хвиль [2,4]. При цьому у i -й точці

хвилеводу розглядаються прямі $f_i = Rv_f i$ зворотні хвилі $b_i = -Rv_b$, де f_i та b_i – це тиск прямих і зворотних (віддзеркалених) хвиль, відповідно R – хвильовий імпеданс, v_f , v_b – швидкості частинок речовини. Для жорсткого циліндра з площею перетину A цей імпеданс дорівнює $R = \rho c_o A$, де ρ – густина матеріалу, c_o – швидкість поздовжніх хвиль. Реальне значення тиску дорівнює сумі тисків прямої та зворотної хвиль: $u = f_i + b_i$.

У цифровій моделі DWG сигнали квантуються з частотою дискретизації F_s , яка, щонайменше, в два рази перевищує максимальну частоту хвиль, які досліджуються. Тоді i -й сегмент хвилеводу довжиною L виглядає як дві лінії затримки на $n = L/(c_o F_s)$ тактів сигналу дискретизації.

Кілька однорідних хвилеводів з'єднуються між собою в одній точці за допомогою вузла адаптера, який також називають вузлом розсіювання. Функціонування адаптера повинне підлягати закону Кірхгофа. Для випадку з'єднання двох хвилеводів це означає виконання рівнянь:

$$v_{b1} = r v_{f1} + (1 - r) v_{f2}; \quad (1)$$

$$v_{b2} = (1 + r) v_{f1} - r v_{f2};$$

де $r = (R_2 - R_1)/(R_2 + R_1)$ – коефіцієнт віддзеркалювання. Так само, коли підключено три хвилеводи, то у вузлі адаптера розраховуються наступні формули:

$$v_{b1} = (2g_1 - 1) v_{f1} + 2g_2 v_{f2} + 2g_3 v_{f3};$$

$$v_{b2} = 2g_1 v_{f1} + (2g_2 - 1) v_{f2} + 2g_3 v_{f3}; \quad (2)$$

$$v_{b3} = 2g_1 v_{f1} + 2g_2 v_{f2} + (2g_3 - 1) v_{f3};$$

де v_{f1} , v_{f2} , v_{f3} – хвилі, що входять у вузол, v_{b1} , v_{b2} , v_{b3} , – хвилі, що виходять з вузла, g_1 , g_2 , g_3 – питомі імпеданси хвилеводів, такі що $g_1 + g_2 + g_3 = 1$, та $g_i = R_i/(R_1 + R_2 + R_3)$, $i = 1, 2, 3$.

Удосконалена модель DWG. Згідно з теорією поширення акустичних хвиль у твердих тілах, які мають обмежені розміри, наприклад, у стрижнях, розглядають основні – поздовжні хвилі з фазовою швидкістю c_p та вторинні – поперечні хвилі зі швидкістю c_s , причому $c_s < c_p$ [6]. При взаємодії цих хвиль вони можуть перетворюватись одна в іншу. Це можна промодельовати при з'єднанні хвилеводів з такими хвилями у вузлі адаптера.

Крім того, поздовжні хвилі мають дисперсію, тобто, їх швидкість c_p залежить від довжини хвилі λ . Наприклад, швидкість поздовжніх хвиль у циліндрі оцінюється формулою [6]:

$$c_p = c_o(1 - v^2 p^2 a^2 / \lambda^2) = f(\lambda), \quad (3)$$

де v – коефіцієнт Пуассона, що дорівнює 0,29 для сталі, a – радіус циліндра. Тому модель DWG повинна бути зкоректована відповідно до цієї формули.

Модифіковану модель DWG деякого стрижня або циліндра можна представити структурою, яка показана на рис.1. Ця модель складається з лівого (LA) та правого (RA) адаптерів, хвилепроводу P продольних хвиль та хвилеводу S поперечних хвиль. У кожному з трьохпортових адаптерів обчислюються вирази (2). Їхні порти, які означають торці стрижня, підключені до мереж, які реалізують віддзеркалення хвиль з коефіцієнтом придушення s_L та s_R згідно з рівняннями (1). Сигнал збудження v_{in} подається у модель через суматор.

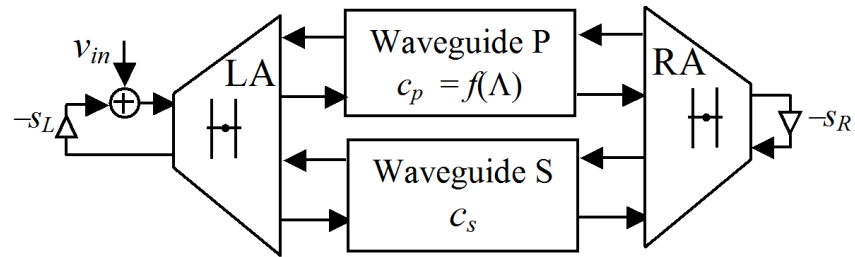


Рис. 1. Структура моделі стрижня

Хвилевід S виконує затримку на задану кількість тактів частоти дискретизації та певне ослаблення хвильового сигналу. Хвилевід P складається з кількох каналів, кожен з яких має окремі діапазон частот пропускання, затримку і згасання в залежності від відповідної довжини хвилі λ згідно з (3).

Отже, модифікована модель DWG здатна приймати до уваги дисперсність поширення звуку у твердому тілі, тобто, залежність фазової швидкості звуку від його довжини хвилі або частоти.

Експериментальні результати. Була розроблена програмна модель стрижня зі структурою як на рис. 1. В ній до восьми каналів хвилеводу P реалізуються на основі смугових фільтрів на базі фазового хвильового фільтра, який описано у [7]. Кожен канал хвилеводу має динамічно настроюваний смуговий фільтр, який реалізовано так, як показано в [8]. Сумарна амплітудно-частотна характеристика хвилеводу S показана на рис.2. Тут частота f вимірюється в частках частоти дискретизації F_s . На рис.2 також показані частотні характеристики двох сусідніх каналів хвилеводу.

Модель збуджувалась вузьким ультразвуковим імпульсом, а інтенсивність звуку v вимірювалась на виході вузла суматора (див. рис.1). Часова діаграма, яка представляє хвильовий сигнал, показана на рис.3. Ця діаграма показує, що хвилі дійсно зазнають дисперсії під час розповсюдження через модель стрижня.

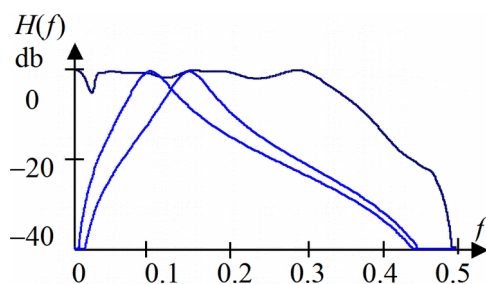


Рис. 2. Сумарна амплітудно-частотна характеристика хвилеводу P

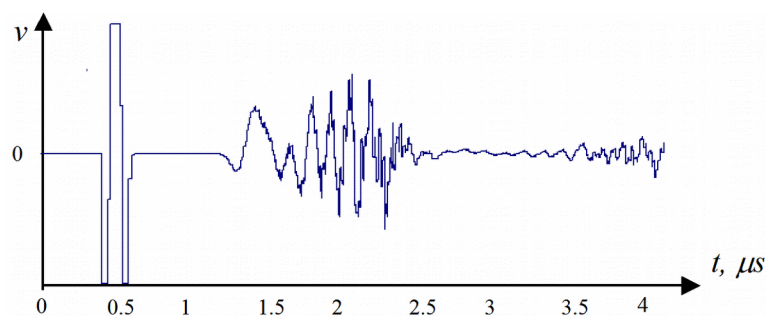


Рис. 3. Часова діаграма поширення ультразвукового імпульсу у стрижні

Модель стрижня описана мовою VHDL, і тому вона може бути реалізована як у симуляторі VHDL, так і в ПЛІС. Модель, описана стилем для синтезу і при конфігуруванні у ПЛІС Xilinx Spartan-6, містить 2680 логічних елементів, 60 блоків множення DSP48, та 16 блоків пам'яті BlockRAM. При цьому забезпечується частоту дискретизації сигналу $F_s < 100$ МГц. Така частота забезпечує моделювання в режимі реального часу.

Висновки. Запропоновано модифікований метод DWG для моделювання твердого тіла, який враховує дисперсність поширення хвиль. Метод заснований на моделі цифрового хвилеводу, затримка якого залежить від довжини хвилі. Приклад моделі стрижня, описаної на VHDL, показує ефективність цієї моделі.

Посилання

1. Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / Михайлов А.П. / М.: Физматлит, 2001. -320 с.
2. Smith III J. O. Physical Modeling Using Digital Waveguides // Computer Music Journal, V.16. 1993. №4. P.74-91.
3. Karjalainen M. Digital Waveguides versus Finite Difference Structures: Equivalence and Mixed Modeling / С. Erkut // EURASIP Journal on Applied Signal Processing 2004. №7. P. 978–989.
4. Маркел Дж. Д. Линейное предсказание речи. – М.: Связь. 1980. 308 с.
5. Fettweis A. Wave digital filters: Theory and practice // Proc. IEEE, V74, 1986. №2. P. 270 – 327.
6. Kolsky H. Stress Waves in Solids. Dover Publications Inc. 2012.
7. Regalia P. A., The Digital All-Pass Filter: A Versatile Signal Processing Building Block / S. K. Mitra, P. P. Vaidyanathan //Proc. IEEE. V.76. 1988. №1. P. 19-37.
8. Сергиенко А. М, Перестраиваемые цифровые фильтры на ПЛИС / Т. М. Лесик // Электронное моделирование, Т.32. 2010, №6. С. 47-56.